МИНИСТЕРСТВО ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ПЕТЕРБУРГСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ
(ПГУПС – ЛИИЖТ)

Кафедра физики

ИЗУЧЕНИЕ АДИАБАТНОГО ПРОЦЕССА. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПУАССОНА МЕТОДОМ ДЕЗОРМА–КЛЕМАНА

Методические указания
к лабораторной работе № 108

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
2002

ББК В 253.3

Цель работы – изучение адиабатного процесса и определение коэффициента Пуассона γ воздуха.

1. Общие теоретические положения

Кинетическая энергия хаотического движения всех молекул идеального газа определяет его внутреннюю энергию U. В общем случае движение молекул включает в себя поступательное, вращательное и колебательное движения (последние два характерны только для многоатомных молекул). Для подсчета энергии всех видов движения молекул вводят понятие *о числе степеней свободы* i. Этим термином определяется число независимых координат, которые необходимы для описания движения молекулы.

Так, молекула одноатомного газа имеет три степени свободы $(i = 3)$ и участвует только в поступательном движении; молекула двухатомного газа движется в пространстве и одновременно вращается вокруг двух взаимно перпендикулярных осей, т.е. она обладает пятью степенями свободы $(i = 5)$. Молекула трехатомного газа имеет шесть степеней свободы $(i = 6)$.

Все виды хаотического движения равновероятны, и на каждую степень свободы в среднем приходится одна и та же энергия, равная

$$\hat{W} = 1/2\,kT, \qquad 1)$$

где k– постоянная Больцмана; $k = 1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/К;

Т – температура газа, К.

Поэтому кинетическая энергия молекулы, имеющей i степеней свободы, равна

$$W = ikT/2. \qquad (2)$$

Внутренняя энергия U одного моля идеального газа, в котором число молекул равно числу Авогадро $N_a = 6{,}02\cdot10^{23}$, 1/моль, равна:

$$U = N_a\,(i/2)kT = iRT/2, \qquad (3)$$

где R– универсальная газовая постоянная; $R = k\cdot N_a = 8{,}31$, Дж/моль·К.

Изменение внутренней энергии обусловлено только изменением температуры:

$$dU = iRd\text{T}/2. \tag{4}$$

Молярной теплоемкостью C, Дж/моль·К, называется величина, равная количеству теплоты, которое необходимо для нагревания одного моля вещества на один кельвин:

$$C = \delta Q / d\text{T}. \tag{5}$$

Теплоемкость идеального газа зависит от условий его нагревания. Если нагревание осуществляется при постоянном давлении $(P = \text{const})$, его теплоемкость называют *изобарной* и обозначают C_P, если при постоянном объеме $(V = \text{const})$ – *изохорной* и обозначают C_V. Эти теплоемкости различны по величине.

Действительно, пусть газ нагревается при постоянном объеме $(V = \text{const})$. В этом случае работа, связанная с его расширением, против внешних сил равна нулю:

$$\delta\text{A} = PdV = 0. \tag{6}$$

Согласно первому закону термодинамики, теплота δQ, подводимая извне к идеальному газу, расходуется на увеличение его энергии dU и на совершение работы расширения δA этой системы:

$$\delta Q = dU + \delta\text{A}. \tag{7}$$

Если работа расширения равна нулю, то все подводимое к газу тепло расходуется на увеличение его внутренней энергии:

$$\delta Q = dU.$$

Тогда в соответствии с (4) и (5) получим выражение для изохорной молярной теплоемкости:

$$C_V = dU / d\text{T} = iR/2. \tag{8}$$

Отсюда следует, что

$$dU = i/2Rd\text{T} = C_V d\text{T}.$$

Нагреваясь при постоянном давлении $(P = \text{const})$, газ расширяется, и сообщаемое ему тепло расходуется и на увеличение его внутренней энергии, и на совершение работы расширения. Подставив в (7) выражения $\delta\text{A} = PdV$ и $dU = C_V dT$, получим:

$$\delta Q = PdV + C_V d\text{T}. \tag{9}$$

Из (5) и (9) имеем:

$$C_P = \delta Q / d\text{T} = C_V + PdV / d\text{T}. \qquad (10)$$

Уравнение состояния для одного моля идеального газа имеет вид:

$$PV = R\text{T}, \qquad (11)$$

где R – универсальная газовая постоянная, равная 8,31 Дж/моль.

Когда газ нагревается при постоянном давлении $(P = \text{const})$, у него меняются только температура и объем, поэтому из (11) следует:

$$PdV / d\text{T} = R.$$

Подставляя это выражение в (10), получим соотношение между молярной изохорной и изобарной теплоемкостью:

$$C_P - C_V = R, \qquad (12)$$

которое известно как формула Майера.

Из (8) и (12) имеем

$$C_P = (i+2) \cdot R / 2. \qquad (13)$$

Отношение теплоемкостей C_P / C_V называется *коэффициентом Пуассона*, величина которого зависит только от числа степеней свободы и равна

$$\gamma = C_P / C_V = (i+2) / i. \qquad (14)$$

Адиабатным называется процесс, происходящий без теплообмена термодинамической системы с окружающей средой, когда $\delta Q = 0$.

Выведем уравнение этого процесса.

Положим в (9) $\delta Q = 0$, тогда

$$C_V d\text{T} + PdV = 0. \qquad (15)$$

Из (11) и (12) следует, что

$$P = (C_P - C_V) \cdot \text{T}/V.$$

Подставляя это выражение в (15), получим:

$$C_V dT/T + (C_P - C_V)dV/V.$$

Делим обе части равенства на C_V и используем (14):

$$dT/T + (\gamma - 1)dV/V = 0.$$

Интегрируем последнее соотношение

$$\ln T + (\gamma - 1)\ln V = \text{const}. \qquad (16)$$

Постоянная в правой части равенства – это произвольная постоянная интегрирования.

Преобразуя (16), получим:

$$TV^{\gamma-1} = \text{const}. \qquad (17)$$

Из уравнения (11) следует, что $T = PV/R$. Подставив эту формулу в (17), получим уравнение адиабатного процесса, введенное Пуассоном:

$$PV^{\gamma} = \text{const}. \qquad (18)$$

Все рассмотренное относится к одному молю газа. Если масса газа m – произвольная, а его молярная масса $-\mu$, то число молей $\nu = m/\mu$, при этом внутренняя энергия, изобарная и изохорная теплоемкости этой массы газа будут равны:

$$U = imRT/2\mu;\ C_V = imR/2\mu;\ C_P = (i+2)mR/2\mu,$$

а уравнение состояния (11) принимает вид:

$$PV = mRT/\mu. \qquad (19)$$

Последнее выражение преобразуем так. Введем физическую величину, называемую *удельным объемом*:

$$\nu = V/m, \qquad (20)$$

которая является величиной, обратной величине плотности газа,– $\nu = \dfrac{1}{\rho}$.

Отношение $r = R/\mu$ будет постоянным для данного газа. Поэтому уравнение (19) можно записать, так же, как и (11):

$$P\nu = rT. \tag{21}$$

Выполнив все приведенные выше действия, получим уравнение Пуассона:

$$P \cdot \nu^{\gamma} = \text{const}, \tag{22}$$

которое и будет использоваться в дальнейшем.

В эксперименте определяется коэффициент Пуассона γ воздуха, который при нормальных условиях является смесью четырех идеальных газов: двухатомного азота и кислорода $(i = 5)$, одноатомного аргона $(i = 3)$ и трехатомного водяного пара $(i = 6)$. В этой смеси содержание азота и кислорода составляет приблизительно 97%, аргона 1%, а содержание водяного пара зависит от температуры воздуха и давления; при нормальных условиях оно составляет 2%.

Описание эксперимента. Вывод расчетной формулы

Для определения коэффициента Пуассона γ воздуха используется метод Дезорма-Клемана. Схема установки показана на рис. 1.

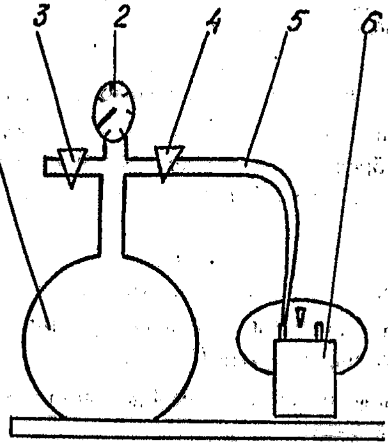

Рис. 1. Схема установки

Сосуд *1* снабжен манометром *2* и двумя кранами *3* и *4*; посредством трубки *5* он соединен с насосом *6*.

С помощью насоса в сосуде создается избыточное давление P_1, превышающее атмосферное $P_{атм}$. Атмосферное давление определяется по барометру, а избыточное – по показаниям манометра n_1:

$$P_1 = P_{атм} + n_1. \qquad (23)$$

Начальное состояние воздуха в сосуде характеризуется параметрами – P_1, ν_1, T_1. На диаграмме (P, ν), показанной на рис. 2, это состояние изображается точкой *a*.

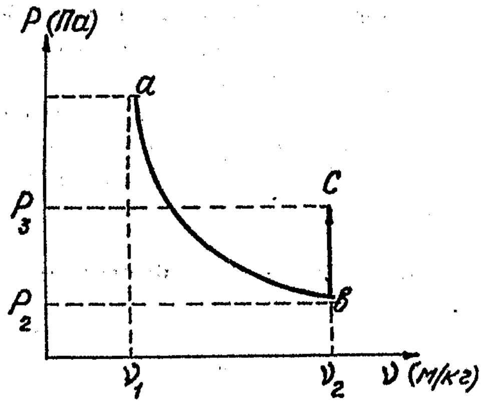

Рис. 2. Диаграмма термодинамических процессов: *a–b* – адиабатного, *b–c* – изохорного

Выпускной кран быстро открывают до упора и держат открытым до тех пор, пока показания манометра не упадут до нуля, после чего кран закрывают. Истечение газа из сосуда происходит настолько быстро, что теплообмен с окружающей средой не успевает произойти, – этот процесс и будет адиабатным.

Как следует из (7), при $\delta Q = 0$ работа, совершаемая газом при его расширении, осуществляется за счет убыли его внутренней энергии. Температура газа при этом понижается и становится ниже комнатной, т.е. $T_2 < T_1$.

Адиабатный процесс расширения газа изображен кривой *a–b* (см. рис.2). После сброса воздуха из сосуда оставшийся воздух находится при температуре $T_2 < T_1$ и имеет давление, равное атмосферному:

$$P = P_{атм}. \qquad (24)$$

Так как масса воздуха в сосуде уменьшилась, а объем сосуда остался прежним, то удельный объем воздуха (20) увеличился. Состояние *b* воздуха характеризуется параметрами P_2, ν_2, T_2.

Для адиабатного процесса, изображенного кривой *a–b*, уравнение (22) можно записать так:

$$P_1 / P_2 = (\nu_2 / \nu_1)^{\gamma}. \qquad (25)$$

Изолированный сосуд, у которого перекрыты оба крана, выдерживают 2–3 мин. При этом давление газа будет повышаться, так как оставшийся в нем воздух нагревается от температуры T_2 до комнатной T_1 за счет теплопередачи через стенки сосуда.

На последней стадии происходит изохорный термодинамический процесс b–c, при котором газ переходит в состояние с параметрами:

$$T_3 = T_1 \quad \nu_3 = \nu_2 \quad P_3 = P_{атм} + n_2, \tag{26}$$

где n_2 – новое показание манометра.

(При этом $\nu_3 = \nu_2$, так как масса воздуха в сосуде не изменялась).

Уравнение (21), справедливое для начального и конечного состояний газа, можно записать в виде:

$$P_1 \nu_1 / T_1 = P_3 \nu_3 / T_3.$$

Т.к. в состояниях a и c температуры одинаковы $(T_1 = T_3)$, а при переходе из b в c удельный объем не изменяется $(\nu_3 = \nu_2)$, то

$$P_1 / P_3 = \nu_2 / \nu_1. \tag{27}$$

Сравнивая это соотношение с (25), имеем:

$$P_1 / P_2 = (P_1 / P_3)^{\gamma}. \tag{28}$$

При логарифмировании (28) получим коэффициент Пуассона:

$$\gamma = \lg(P_1 / P_2) / \lg(P_1 / P_3) = (\lg P_1 - \lg P_2) / (\lg P_1 - \lg P_3). \tag{29}$$

Если разности двух чисел невелики, то отношение разностей их логарифмов можно заменить отношением разностей самих чисел, то есть справедливо равенство:

$$\gamma = (P_1 - P_2) / (P_1 - P_3). \tag{30}$$

Подставляя в (30) P_1, P_2 и P_3 из (23), (24) и (26), получим приближенную формулу:

$$\gamma = n_1 / (n_1 - n_2). \tag{31}$$

Задание

Провести не менее пяти раз описанный выше эксперимент. Для этого каждый раз необходимо выполнять следующие действия:

1. Закрыть кран *3*, открыть кран *4* (см. рис. 1).

2. С помощью насоса *6* увеличить давление в сосуде *1* до показаний манометра ($n_1 = 10 - 15$ делений). Закрыть кран *4*.

3. Выждать 1–2 мин и записать показания манометра n_1.

4. Быстро и полностью открыть кран *3*, так чтобы воздух выходил как можно быстрее, и наблюдать за показаниями манометра. Как только стрелка манометра коснется нулевого деления, быстро закрыть кран *3*.

5. Выждать 2–3 мин, наблюдая за стрелкой манометра, которая будет регистрировать повышение давления в сосуде. После того как стрелка полностью прекратит движение, записать показания манометра n_2.

6. Результаты измерений n_1 и n_2 записать в таблицу. Рассчитать значение γ, используя формулу (31).

Таблица

№	n_1	n_2	γ	(Δ_γ)	(Δ_γ)
			γ среднее=		$\sum(\Delta\gamma)^2 =$

7. Определить среднее значение γ и погрешность измерения $(\Delta\gamma)$ с доверительной вероятностью 0,95.

8. Индивидуальное задание (по усмотрению преподавателя):

Если начальное давление P_1 будет выше 10–15 делений на манометре *2*, то для расчета γ необходимо использовать не приближенную формулу (31), а точную (29).

Контрольные вопросы

1. Отличие изобарной теплоемкости от изохорной.

2. У каких газов (одно- или многоатомных) больше молярная теплоемкость?

3. Вывести формулу Майера.

4. Как зависит теплоемкость и внутренняя энергия газа от его массы?

5. Какой процесс называется адиабатным? Вывести формулу Пуассона.

6. Сравнить изотермический процесс, описываемый законом Бойля–Мариотта, и адиабатный. Нарисовать графики этих процессов.

7. Как будет меняться вид адиабаты с переходом от одноатомных газов к многоатомным?

8. Водяной пар, содержащийся в сосуде, может быть близок к состоянию насыщения. Что будет происходить при адиабатном расширении газа?

Можно ли газ при этом считать идеальным и почему?

Список литературы

1. *Сивухитн Д.В.* Курс общей физики. Т. 1. – М.: Наука, 1978. – 520 с.
2. *Яворский Б.М.* и др. Курс физики. Т. 1. – М.: Высшая школа, 1963. – 333 с.

Содержание

Разработали: **В.И.Моисеев, К.Н.Беликова**

Редактор и корректор *Г.Н.Кириллова*
Технический редактор *М.С.Савастеева*
Компьютерная верстка *Г.П.Федорова*

План 2001, № 128

Подписано в печать с оригинал-макета 27.06.02
Формат 60×84 1/16. Бумага для множ апп. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 0,7. Уч.-изд. л. 0,7. Тираж 500.
Заказ 678. Цена 7 р.
Издательство Петербургского государственного университета путей сообщения
190031, СПб., Московский пр., 9.
Типография ПГУПС. 190031, СПб., Московский пр., 9.